

۱۶. بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو، حالت‌های زیر را دارند:

$$(10, 17) \quad (11, 16) \quad (12, 15) \quad (13, 14)$$

که در هر حالت، اگر تعداد اعداد بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد  $k$  باشد، به  $2^k$  حالت می‌توانیم زیرمجموعه‌ای از آن‌ها را انتخاب کنیم. پس جواب برابر است با

$$2^0 + 2^2 + 2^4 + 2^6 = 85$$

پس گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۱۷. تعداد کل حالت‌ها،  $3^3 = 27$  است و حالت‌های مطلوب عبارت‌اند از ۳۳۳، ۳۳۶، ۳۶۳، ۳۶۶، ۶۳۳، ۶۳۶، ۶۶۳، ۵۵۵ و ۶۶۶ که تعداد آن‌ها ۹ تا است. پس احتمال مطلوب برابر است با  $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$  و گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۱۸. همه‌ی موارد صحیح‌اند پس گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۱۹. با توجه به نمودار، تعداد افرادی که تنها به یک ورزش علاقه‌مندند برابر است با  $17 = m + 7 + 8 + (m + 2)$ . پس باید  $21 = m + 17$ ، یعنی  $m = 4$ . حال تعداد افرادی که به ۲ ورزش علاقه‌مندند برابر است با

$$5 + (2m - 1) + (3m + 1) = 5m + 5 = 25$$

پس گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۲۰. اعداد دو رقمی که رقم ۶ ندارند و مربع کامل هستند عبارت‌اند از  $\{25, 49, 81\}$  و نیز تعداد اعداد دو رقمی که رقم ۶ ندارند برابر است با  $72 = 8 \times 9$ . پس احتمال مطلوب برابر است با  $\frac{1}{24} = \frac{3}{72}$ . پس گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۲۱.

$$A - B = \{1\}, \quad B - C = \{2, 3\}$$

$$\implies (A - B) \cup (B - C) = \{1, 2, 3\}$$

پس جواب عبارت است از  $\{1, 2, 3\} - \{1, 2\}$  که برابر است با ناحیه‌ی ۳. پس گزینه‌ی ۱ صحیح است.

۲۲. قطر مکعب به ضلع  $x$  برابر است با  $\sqrt{3}x$ . پس قطر مکعب مذکور در مسأله برابر است با  $\sqrt{3}a$  که در صورتی که  $a$  توان فردی از ۳ باشد گویاست. پس گزینه‌ی ۱ صحیح است.

۲۳. می‌دانیم  $a -$  یا  $|a| = a$ . پس باید  $2x - 3 = 7 - 3x$  یا  $2x - 3 = 3x - 7$  که منجر به جواب‌های  $x = 4$  و  $x = 4$  می‌شود که هر دو در معادله صدق می‌کنند. پس گزینه‌ی ۱ صحیح است.

۲۴.

$$\frac{1}{2} = \frac{11}{9}, \quad \frac{3}{4} = \frac{31}{9}, \quad \frac{5}{6} = \frac{51}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{93}{9} = 10\frac{3}{9}$$

پس گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۲۵.

$$10\frac{7}{2} = 10\frac{8}{11}$$

پس جواب برابر است با  $-57 = -33 \times (1\frac{8}{11})$ . پس گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۲۶. فقط  $x^{-1}$  مثبت می‌شود پس گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۲۷. عدد مذکور برابر است با  $n^{\frac{1}{8}}$  که در صورتی طبیعی است که  $n$  توان هشتم کامل باشد. کوچک‌ترین توان هشتم کامل بزرگ‌تر از ۱ برابر است با  $2^8 = 256$ . پس گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۲۸. موارد دوم و سوم صحیح‌اند. پس گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۲۹. منفی است. پس گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۳۰.

$$|2x - 7| = 7 - 2x$$

$$\Rightarrow \text{عبارت} = |24 - 21 + 6x - 3x| = |3 + 3x| = -3x - 3$$

پس گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۳۱.

$$= \frac{-4(a+1)^{\frac{1}{5}}}{2(a+1)^{\frac{1}{5}-\frac{1}{5}}} = -2(a+1)^{\frac{1}{5}} = -2\sqrt[5]{a+1}$$

پس گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۳۲.

$$\angle AEB = \angle ABE, \quad \angle AEF = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle FEC = 120^\circ - \angle ABE$$

و چون مثلث  $FEC$  متساوی الساقین است، پس

$$\angle ECF = 180^\circ - 2(120^\circ - \angle ABE) = 2\angle ABE - 60^\circ$$

از طرفی باید  $\angle ECF = 180^\circ - \angle ABE$  پس  $\angle ABE = 80^\circ$  و در نتیجه  $\angle BAD = 100^\circ$ . پس گزینه ۳ صحیح است.

۳۳. از آن جا که  $\frac{5}{6} \neq \frac{9}{12}$  و  $\frac{5}{6} \neq \frac{12}{9}$ ، پس ضلع  $a$  نمی تواند متناظر با  $b$  باشد. پس چهار حالت ممکن است: اضلاع ۵ و ۶ و  $a$  به ترتیب متناظر باشند با ۹ و  $b$  و ۱۲ یا  $b$  و ۹ و ۱۲ یا  $b$  و ۱۲ و  $b$  و ۹ یا  $b$  و ۹ و ۱۲ که به ترتیب نتیجه می دهد  $\frac{a}{9} = \frac{6}{12}$  و  $\frac{a}{9} = \frac{5}{12}$ ،  $\frac{a}{12} = \frac{6}{9}$ ،  $\frac{a}{12} = \frac{5}{9}$ ، یعنی  $a = \frac{9}{4}, \frac{15}{4}, 8, \frac{20}{3}$  که  $a = 8$  بزرگ ترین آن هاست. پس گزینه ۱ صحیح است.

۳۴. از آن جا که  $ADM$  و  $BCM$  متشابه اند، نسبت مورد نظر برابر است با  $(\frac{AD}{MC})^2$ . اگر  $MH$  عمود وارد از  $M$  بر  $AB$  باشد، داریم  $\frac{MH}{HB} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$  و از طرفی  $MC = HB$  و  $AD = MH$  پس  $(\frac{AD}{MC})^2 = 3$ ، و گزینه ۴ صحیح است.

۳۵. فرض کنید  $O$  مرکز دایره و  $OM$  عمود رسم شده از  $O$  بر یکی از اضلاع شش ضلعی محیطی باشد و  $OM$  شش ضلعی محیطی را در  $N$  قطع کند. از آن جا که  $ON$  نیز عمود رسم شده از  $O$  بر ضلع شش ضلعی محیطی است پس نسبت تشابه برابر است با  $\frac{OM}{ON}$  اما  $OM$  همان شعاع دایره است پس  $\frac{OM}{ON} = \frac{\sqrt{3}}{4}$  و گزینه ۳ صحیح است.